

数学・物理通信

9 卷 6 号 2019 年 9 月

編集 新関章三・矢野 忠

2019 年 9 月 12 日

目次 (Contents)

1. 微分方程式における興味ある問題 (6)

—もし、万有引力が逆自乗則でなかったら—

世戸 憲治, 吉田 文夫 2

2. グラフの平行移動 (新版)

矢野 忠 11

3. 思わず笑って

矢野 忠 19

4. コンピュータの計算速度が 2 倍になるのは

矢野 忠 21

5. 編集後記

矢野 忠 23

1. Interesting Problems in Differential Equation (6)

—If the Universal Gravitation Were Not an Inverse-Square Law—

Kenji SETO and Fumio YOSHIDA 2

2. Parallel Translation of a Graph (New Version)

Tadashi YANO 11

3. Laugh Unintentionally

Tadashi YANO 19

4. How Many Years Will the Computer Speed Double ?

Tadashi YANO 21

5. Editorial Comments

Tadashi YANO 23

微分方程式における興味ある問題 (6)

—もし、万有引力が逆自乗則でなかったら—

世戸 憲治 *

吉田 文夫 †

Interesting Problems in Differential Equation (6)

—If the Universal Gravitation Were Not an Inverse-Square Law—

Kenji SETO*

Fumio YOSHIDA†

1 はじめに

太陽の周りを回転する惑星の運動は、Newton が考えた万有引力の法則にしたがって説明されることは言うまでもない。いまとなつては、この万有引力の法則は、Einstein の一般相対性理論の中に組み込まれ、みごとに理論体系になっているので疑う余地はまったくない。しかし、初めに Newton が考え出したとき、この万有引力を、何故、逆自乗則にしたのだろうか。ここでは、Newton の立場に立って、もし、この逆自乗則が破られるとするとどんなことになるかを考えてみよう。ここでは太陽、惑星の質量を、それぞれ、 M , m とし、これら 2 物体間の距離を r としたとき、その間に働く万有引力を

$$G \frac{Mm}{r^\alpha} \quad (1.1)$$

とする。ここに、本来ならば α は 2 であるが、ここでは不定の定数とする。 G は万有引力定数であるが、この次元は、

$$[G] = \frac{L^{\alpha+1}}{MT^2} \quad (1.2)$$

である。なお、ここでは、 α は正ということを仮定しておく。これは、もし、 α が負であると 2 物体が離れるほど引力が強くなることになり、常識に反するからである。

2 方程式の導入

ここでは、太陽は動かないものとし、その位置を原点とした極座標をとり、その周りを動く惑星の位置を (r, θ) とする。もちろん、惑星は動いているので、 r も θ も時間 t の関数である。惑星の位置ベクトルを $\mathbf{r}$ とし、その方向の単位ベクトルを $\mathbf{e}_r$ 、また、それに垂直で角度 θ が増える方向の単位ベクトルを $\mathbf{e}_\theta$ とする。これら、 $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$ は惑星が動くにしたがい動いてしまうが、いま、静止している x 軸, y 軸方向の単位ベクトルを、それぞれ、 $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ とすると、これらは、

$$\mathbf{e}_r = \cos(\theta)\mathbf{i} + \sin(\theta)\mathbf{j}, \quad \mathbf{e}_\theta = -\sin(\theta)\mathbf{i} + \cos(\theta)\mathbf{j} \quad (2.1)$$

* 北海学園大学名誉教授

E-mail: seto@pony.ocn.ne.jp

† 北海学園大学名誉教授

E-mail: fyoshida@hgu.jp

と表される。これらの式を時間で微分すると、

$$\frac{d\mathbf{e}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \mathbf{e}_\theta, \quad \frac{d\mathbf{e}_\theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} \mathbf{e}_r \quad (2.2)$$

となることが証明される。これを用いて、惑星の位置ベクトル $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r$ を時間 t で 2 度微分すると、

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d^2(r\mathbf{e}_r)}{dt^2} = \left[\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \left[\frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) \right] \mathbf{e}_\theta \quad (2.3)$$

を得る。ここで、Newton の運動法則にしたがって運動方程式を作ると、

$$m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -G \frac{Mm}{r^\alpha} \mathbf{e}_r \quad (2.4)$$

となるが、これは、(2.3) 式を用いて、 r 方向と θ 方向に分離させると、

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -\frac{GM}{r^\alpha}, \quad \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = 0 \quad (2.5)$$

となる。この第 1 式の左辺 2 項目は遠心力効果を表している。また、この第 2 式は、中心力の場合に、常に成立する面積速度一定の法則にあたる。この第 2 式から

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = h, \quad h = \text{const.} \quad (2.6)$$

と置ける。ここで、 h の次元が

$$[h] = \frac{L^2}{T} \quad (2.7)$$

となることに注意すると、(1.2) 式と合わせて、 GM/h^2 の次元は長さの $(\alpha - 3)$ 乗となる。そこで、ここでは、長さ ℓ を

$$\frac{GM}{h^2} = \ell^{\alpha-3} \quad (2.8)$$

として導入する。

本来ならば、 r, θ を時間の関数として求めるべきであるが、それは大変面倒な問題になってしまうので、ここでは、惑星の軌道である r と θ の関係式を求めることを目的とする。そのため、方程式から t を消去するため、(2.6) 式を用いて、

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{d\theta} = \frac{h}{r^2} \frac{dr}{d\theta}, \quad \frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{h}{r^2} \frac{dr}{d\theta} \right) = \frac{d\theta}{dt} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{h}{r^2} \frac{dr}{d\theta} \right) = \frac{h^2}{r^2} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta} \right) \quad (2.9)$$

と変形しておく。これら、(2.8) (2.9) 式を用いると、(2.5) の第 1 式は、

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta} \right) = \frac{1}{r} - \frac{\ell^{\alpha-3}}{r^{\alpha-2}} \quad (2.10)$$

となる。ここでさらに、パラメータを減らすため、 r を改めて、

$$r \rightarrow \ell r \quad (2.11)$$

と置き直し、変数 r を無次元化する。この操作で、方程式は、

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta} \right) = \frac{1}{r} - \frac{1}{r^{\alpha-2}} \quad (2.12)$$

と、 α 以外のパラメータが存在しない形に修正される。

3 方程式の解法

この方程式 (2.12) を解くために

$$\frac{1}{r} = \zeta \quad (3.1)$$

と変数変換をすると,

$$\frac{d^2\zeta}{d\theta^2} = \zeta^{\alpha-2} - \zeta \quad (3.2)$$

となる. これを解くには, 1 階微分を, いったん,

$$s = \frac{d\zeta}{d\theta} \quad (3.3)$$

とおくと, 2 階微分は

$$\frac{d^2\zeta}{d\theta^2} = \frac{ds}{d\theta} = \frac{d\zeta}{d\theta} \frac{ds}{d\zeta} = s \frac{ds}{d\zeta} \quad (3.4)$$

となるので, 方程式 (3.2) は

$$s \frac{ds}{d\zeta} = \zeta^{\alpha-2} - \zeta \quad (3.5)$$

となる. これを変数分離して積分形にすると,

$$\int s ds = \int (\zeta^{\alpha-2} - \zeta) d\zeta \quad (3.6)$$

となるので, この積分を実行すると, C を積分定数として,

$$s^2 = F_\alpha(\zeta) + C \quad (3.7)$$

ここに, 関数 $F_\alpha(\zeta)$ は

$$F_\alpha(\zeta) = \begin{cases} \frac{2(\zeta^{\alpha-1} - 1)}{\alpha - 1} - \zeta^2, & \alpha \neq 1 \\ 2\log(\zeta) - \zeta^2, & \alpha = 1 \end{cases} \quad (3.8)$$

と定義する. この式は $\alpha \neq 1$ の式で $\alpha \rightarrow 1$ の極限をとると $\alpha = 1$ の式になるように定義したので, 以後これらの式は区別なしに使うことにする. ここで, この関数 $F_\alpha(\zeta)$ をより分かりやすくするために, $\alpha = 1, 2, 3$ に対する数値グラフを図 1 に, また, $\alpha = 4, 5$ に対するものを図 2 に掲げる.

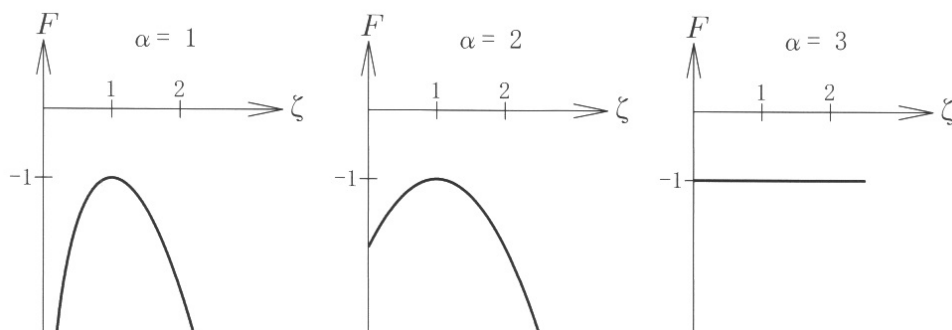


図 1 $\alpha = 1, 2, 3$ のときの $F_\alpha(\zeta)$

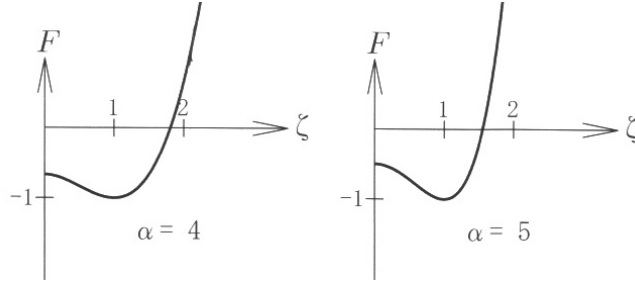


図 2 $\alpha = 4, 5$ のときの $F_\alpha(\zeta)$

この (3.7) 式から s を求め、さらに変数分離して積分形にすると、

$$\int \frac{d\zeta}{\sqrt{F_\alpha(\zeta) + C}} = \int d\theta = \theta + \theta_0 \quad (3.9)$$

となる．この積分を一般の α に対して実行することは困難であるが、解析的に実行可能な正の α は $\alpha = 2, 3, 4, 5$ の場合である．

[$\alpha = 2$ の場合]

この場合は、Newton が提唱した万有引力そのもので、その解も良く知られているように、2 次曲線になる．このとき、 $F_2(\zeta)$ は

$$F_2(\zeta) = 2(\zeta - 1) - \zeta^2 = -(\zeta - 1)^2 - 1 \quad (3.10)$$

となるので、(3.9) の積分式は

$$\int \frac{d\zeta}{\sqrt{C - 1 - (\zeta - 1)^2}} = \theta + \theta_0 \quad (3.11)$$

となり、 $C > 1$ として、変数変換

$$\zeta - 1 = \sqrt{C - 1} \cos s \quad (3.12)$$

とおくと簡単に積分され、 $-s = \theta + \theta_0$ となる．この s を (3.12) 式に戻し、さらに ζ を (3.1) 式で r に戻すと、

$$r = \frac{1}{1 + e \cos(\theta + \theta_0)}, \quad e = \sqrt{C - 1} \quad (3.13)$$

を得る．ここに、 e は第 2 式で定義される離心率で、この値が、 $e < 1$, $e = 1$, $e > 1$ によって太陽の周りを動く遊星の軌道は、それぞれ、楕円、放物線、双曲線になる．

[$\alpha = 3$ の場合]

このとき、(3.8) 式の $F_\alpha(\zeta)$ は

$$F_3(\zeta) = -1 \quad (3.14)$$

と定数になってしまう．したがって、(3.9) 式の積分はただちに実行され、 $C > 1$ として、

$$r = \frac{1}{\sqrt{C - 1} (\theta + \theta_0)} \quad (3.15)$$

となる．これは引力が強すぎて、すべての遊星が太陽に向かって、螺旋を描きながら落ち込んでいくことになる．

[$\alpha = 4$ または $\alpha = 5$ の場合]

このとき、(3.8) 式の $F_\alpha(\zeta)$ は、それぞれ、

$$F_4(\zeta) = \frac{2}{3}(\zeta^3 - 1) - \zeta^2, \quad F_5(\zeta) = \frac{1}{2}(\zeta^4 - 1) - \zeta^2 \quad (3.16)$$

と 3 次式, および, 4 次式となる. したがって, (3.9) 式の積分は一般に楕円積分となるが, これを実行するには, $F_\alpha(\zeta) + C$ の因数分解が必要になる. このうち 3 次式となる $F_4(\zeta) + C$ の方の因数分解は Cardano 公式を使ってできなくはないが面倒になることと, 図 2 から分かるように, つぎの $F_5(\zeta) + C$ の場合と定性的にはそれほど違いがないということで, ここではその計算を省略する.

他方, $F_5(\zeta) + C$ の方は 4 次式とは言っても ζ^2 の 2 次式なので比較的簡単に因数分解ができ, その積分が実行可能である. 以下, C の大きさによって場合分けをしながら議論を進めることにする.

[$C > 1$ の場合]

このときは,

$$F_5(\zeta) + C = \frac{1}{2}(\zeta^4 - 1) - \zeta^2 + C = \frac{1}{2}[(\zeta^2 - 1)^2 + 2(C - 1)] \quad (3.17)$$

となるので, 実数の範囲での因数分解はできない. すなわち, この関数は実軸上にゼロ点を持たない. このとき, (3.9) 式の積分は

$$\int \frac{\sqrt{2} d\zeta}{\sqrt{(\zeta^2 - 1)^2 + 2(C - 1)}} = \theta + \theta_0 \quad (3.18)$$

となる. この積分を実行するには, 楕円積分の標準形に関する公式

$$\int \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}} = 2a \int \frac{d\zeta}{\sqrt{(\zeta^2 - b^2)^2 + a^4 - b^4}}, \quad k^2 = \frac{a^2 + b^2}{2a^2} < 1, \quad a > b \quad (3.19)$$

を利用する. ここに, u と ζ の関係は

$$u = \frac{2a\zeta}{\zeta^2 + a^2} \quad (3.20)$$

である. また, k は楕円積分の母数で, この第 2 式で定義する. この式は右辺から左辺を出そうとすると面倒であるが, 左辺から右辺を出すのは容易で, (3.20) 式を使って変数変換をするとよい.

この公式と (3.18) 式を合わせるために,

$$b^2 = 1, \quad a^4 - b^4 = 2(C - 1), \quad \text{これから,} \quad a^2 = \sqrt{2C - 1} \quad (3.21)$$

とおく. 以上の結果から, (3.18) 式の積分は, Jacobi の楕円関数 sn を用いて,

$$u = \text{sn}[\sqrt{2}a(\theta + \theta_0), k] \quad (3.22)$$

と求まるが, さらに, (3.20) (3.1) 式を用いて r まで戻すと,

$$r = \frac{\text{sn}[\sqrt{2}a(\theta + \theta_0), k]}{a[1 \pm \text{cn}[\sqrt{2}a(\theta + \theta_0), k]]} \quad (3.23)$$

と求められる. この解は, 分母がゼロとなることがあるので, 太陽から無限に離れてしまったり, あるいは, 分子がゼロとなることもあるので, 太陽に衝突してしまったりと, さんざんな結果になる.

[$C = 1$ の場合]

このとき, (3.18) 式は

$$\pm \int \frac{\sqrt{2} d\zeta}{\zeta^2 - 1} = \theta + \theta_0 \quad (3.24)$$

となる. このときの符号は, $\zeta^2 > 1$ or $\zeta^2 < 1$ によって, プラス or マイナスの符号が付く. この積分はただちに実行でき,

$$\pm \frac{1}{\sqrt{2}} \log \left| \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} \right| = \theta + \theta_0 \quad (3.25)$$

となる．これから ζ を求め、逆数にして r にすると、符号同順で、

$$r = \frac{1 \mp e^{\pm\sqrt{2}(\theta+\theta_0)}}{1 \pm e^{\pm\sqrt{2}(\theta+\theta_0)}} = -\tanh\left(\frac{\theta+\theta_0}{\sqrt{2}}\right), \quad \text{or} \quad \coth\left(\frac{\theta+\theta_0}{\sqrt{2}}\right) \quad (3.26)$$

と求まる．これも、 θ の値によって $r = 0$ となったり、 $r \rightarrow \infty$ となる危険な解である．

[$\frac{1}{2} < C < 1$ の場合]

この場合の関数 $F_5(\zeta) + C$ の因数分解は、

$$\begin{aligned} F_5(\zeta) + C &= \frac{1}{2}(\zeta^4 - 1) - \zeta^2 + C = \frac{1}{2}[(\zeta^2 - 1)^2 - 2(1 - C)] \\ &= \frac{1}{2}[\zeta^2 - 1 - \sqrt{2(1 - C)}][\zeta^2 - 1 + \sqrt{2(1 - C)}] = \frac{1}{2}(\zeta^2 - p)(\zeta^2 - q) \end{aligned} \quad (3.27)$$

と実行される．ただし、以下の数式を簡素化するため、 p, q を

$$p = 1 + \sqrt{2(1 - C)}, \quad q = 1 - \sqrt{2(1 - C)}, \quad p > q > 0 \quad (3.28)$$

と定義した．このときの p, q は両方とも正の量で、 $F_5(\zeta) + C$ のゼロ点は $\pm\sqrt{p}, \pm\sqrt{q}$ の4点となる．また、このときの積分式 (3.9) は

$$\int \frac{\sqrt{2} d\zeta}{\sqrt{(\zeta^2 - p)(\zeta^2 - q)}} = \theta + \theta_0 \quad (3.29)$$

となる．この積分式を楕円関数の標準形にもっていく方法は2通りあり、 $\zeta^2 > p$ の領域を動く場合と、 $\zeta^2 < q$ の領域を動く場合である．

初めに、 $\zeta^2 > p$ の場合は、 ζ から u に

$$\zeta^2 = \frac{p}{u^2} \quad (3.30)$$

と変数変換すると、

$$-\sqrt{\frac{2}{p}} \int \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}} = \theta + \theta_0, \quad k^2 = \frac{q}{p} < 1 \quad (3.31)$$

となる．ここに、母数 k をこの第2式で定義する．これから、

$$u = -\text{sn}\left[\sqrt{\frac{p}{2}}(\theta + \theta_0), k\right] \quad (3.32)$$

となるので、これを (3.30) 式に代入し、 ζ を求め、さらに逆数にして r にすると、

$$r = \frac{1}{\sqrt{p}} \text{sn}\left[\sqrt{\frac{p}{2}}(\theta + \theta_0), k\right] \quad (3.33)$$

と求められる．この解も θ の値によって $r = 0$ 、すなわち、太陽に衝突してしまう．

つぎに、 $\zeta^2 < q$ の場合は、 ζ から u への変換を

$$\zeta^2 = qu^2 \quad (3.34)$$

とおく．これで (3.29) 式は、

$$\sqrt{\frac{2}{p}} \int \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}} = \theta + \theta_0, \quad k^2 = \frac{q}{p} \quad (3.35)$$

となる。母数 k は前と同じである。これから、

$$u = \operatorname{sn} \left[\sqrt{\frac{p}{2}} (\theta + \theta_0), k \right] \quad (3.36)$$

となるので、これを (3.34) 式に戻し ζ を求め、さらに逆数にして r にすると、

$$r = \frac{1}{\sqrt{q} \operatorname{sn} \left[\sqrt{\frac{p}{2}} (\theta + \theta_0), k \right]} \quad (3.37)$$

と求められる。この解は太陽に衝突はしないが、太陽から無限の彼方に向かって離れてしまう。

[$C = \frac{1}{2}$ の場合]

このとき、(3.28) 式で定義した p は 2 となり、 q はゼロとなる。したがって、(3.29) の積分式は

$$\int \frac{\sqrt{2} d\zeta}{\zeta \sqrt{\zeta^2 - 2}} = \theta + \theta_0 \quad (3.38)$$

となる。この積分は

$$\zeta = \frac{\sqrt{2}}{\sin \phi} \quad (3.39)$$

と、 ζ から ϕ に変数変換すると容易に積分され、そのときの解 r は

$$r = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\theta + \theta_0) \quad (3.40)$$

となる。これも太陽に衝突してしまう解である。

[$C < \frac{1}{2}$ の場合]

このとき、 p は正のままであるが、 q は負になる。したがって、関数 $F_5(\zeta) + C$ の実のゼロ点は $\pm\sqrt{p}$ の 2 個だけとなり、(3.29) 式の積分は

$$\int \frac{\sqrt{2} d\zeta}{\sqrt{(\zeta^2 - p)(\zeta^2 + |q|)}} = \theta + \theta_0 \quad (3.41)$$

となる。この積分は ζ から u への変数変換

$$\zeta^2 = \frac{p}{1 - u^2} \quad (3.42)$$

を用いると、楕円積分の標準形

$$\sqrt{\frac{2}{p + |q|}} \int \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}} = \theta + \theta_0, \quad k^2 = \frac{|q|}{p + |q|} \quad (3.43)$$

となるので、このときの解 r は

$$r = \frac{1}{\sqrt{p}} \operatorname{cn} \left[\sqrt{\frac{p + |q|}{2}} (\theta + \theta_0), k \right] \quad (3.44)$$

と求まる。これも太陽に衝突してしまう解である。

[α が一般の場合の考察]

前に述べたように、一般の α については (3.9) 式の積分を厳密に遂行することは困難なので、ここでは (3.8) 式の $F_\alpha(\zeta)$ がどのような性質のものを調べるに留める。この関数、および、その 1 階微分、2 階微分は、

$$F_\alpha(\zeta) = \frac{2(\zeta^{\alpha-1} - 1)}{\alpha - 1} - \zeta^2, \quad F'_\alpha(\zeta) = 2\zeta^{\alpha-2} - 2\zeta, \quad F''_\alpha(\zeta) = 2(\alpha - 2)\zeta^{\alpha-3} - 2 \quad (3.45)$$

となるので、 $\zeta = 1$ では、任意の α に対し、

$$F_\alpha(1) = -1, \quad F'_\alpha(1) = 0, \quad F''_\alpha(1) = 2(\alpha - 3) \quad (3.46)$$

である。したがって、関数 $F_\alpha(\zeta)$ は、 $\alpha < 3$ のとき $\zeta = 1$ で極大値 -1 をとり、また、 $\alpha > 3$ のとき、同じく $\zeta = 1$ で極小値 -1 をとる。この中間の $\alpha = 3$ では、(3.14) 式で示したように $F_3(\zeta)$ は定数となってしまう。このことから、(3.2) 式で、 $\zeta = 1$ 付近の振る舞いを見るために、 η を微小量として、

$$\zeta = 1 + \eta \quad (3.47)$$

とおくと、この方程式は、線形近似で

$$\frac{d^2\eta}{d\theta^2} = (\alpha - 3)\eta \quad (3.48)$$

となることから、 $\alpha < 3$ では安定解、 $\alpha > 3$ では不安定解となる。

また、 $\zeta = 0$ のところでは、

$$F_\alpha(0) = \begin{cases} -\infty, & \alpha \leq 1, \\ -\frac{2}{\alpha - 1}, & \alpha > 1, \end{cases} \quad F'_\alpha(0) = \begin{cases} \infty, & \alpha < 2 \\ 2, & \alpha = 2 \\ 0, & \alpha > 2 \end{cases} \quad (3.49)$$

となる。

以上のことから分かることは、(3.9) 式の積分を実行するとき、平方根の中は非負、すなわち、

$$F_\alpha(\zeta) + C \geq 0 \quad (3.50)$$

でなければならない。このとき、 $F_\alpha(\zeta) + C = 0$ となる実数で正の ζ は、 $\alpha \leq 1$ で、 $C > 1$ ならば、2 個求められるので、それらの値を ζ_1, ζ_2 とすると、 ζ の値は、 $\zeta_1 \leq \zeta \leq \zeta_2$ の範囲で動くことになる。したがって、このときの遊星は太陽に付かず離れずの位置関係を保つことになり、惑星となる。また、 $1 < \alpha < 3$ のときは、このゼロ点は C の値によって、2 個のときと 1 個のときがある。2 個のときは、これも同じくそれらの間の値を動くので惑星となるが、1 個のときは、それを ζ_2 とすると、 $0 \leq \zeta < \zeta_2$ の範囲で動くことになり、これは r でみると無限遠に行ってしまうことになるので、このときの遊星は彗星である。

$\alpha = 3$ の場合は前に述べたとおり螺旋を描きながら太陽に落ち込んでしまう。

$\alpha > 3$ のときは、 C の値によっては、 ζ がゼロ付近を動くこともあるが、 C の値に関係なく ζ は無限大になれるので、これは r がゼロになる、すなわち、太陽の周りを動く天体は、すべて太陽に落ち込む可能性があることになる。

結論として、太陽系の秩序が保たれるためには、 α の値は、 $0 < \alpha < 3$ の範囲でなければならない。Newton が選んだ $\alpha = 2$ というのはその中間の値であり、惑星が太陽の周りを 1 周して元の位置に戻るのは、おそらく、この $\alpha = 2$ の場合に限られると思われる。これ以外の場合は解が解析的に求まらないので、よく分からない点もあるが、数値的に当たった結果では、1 周しても元の位置には戻らず、近日点が移動していくことになる。

4 おわりに

今回は、「もし、万有引力が逆自乗則でなかったら」ということで、通常の常識をひっくり返して考えてみた。これまででは、Newton が考えた法則が世界の秩序のために、最高のものと思ひ込み疑いもしなかったが、よく考えてみるとそうでもないということが分かってくる。最近ダーク・マターの存在、非存在を議論するために、万有

引力は必ずしも逆自乗則である必要はないと考える人もでてきた。物は言いようかもしれないが、たまには常識を超えて考えてみることも必要なのかもしれない。

今回の計算で、一つ残念だったことは、 $\alpha = 1$ の場合の (3.9) 式の積分

$$\int \frac{d\zeta}{\sqrt{2\log(\zeta) - \zeta^2 + C}} = \theta + \theta_0 \quad (4.1)$$

が解析的に実行できなかったことである。これに使えるような積分公式は、どこを探しても見つからない。

グラフの平行移動（新版）

矢野 忠^{*1}

Parallel Translation of a Graph (New Version)

Tadashi YANO^{*2}

1 はじめに

このエッセイはすでに愛媛県数学教育協議会（愛数協）の「研究と実践」に発表したもの [1] の新版である。今回の投稿にあたり第2節はあまり変えなかったが、他の節は大きく書き換えたり、新しく書き加えたので、改訂版ではなく、新版とした。

中学生だった昔からわからなかったことがある。それはグラフの平行移動である。

$y = f(x)$ というグラフがあったとして、これを x 軸の正の方向へ a だけ、また y 軸の正の方向へ b だけ移動させるときにはそのグラフを表す式は元の $y = f(x)$ で x, y を $x - a, y - b$ と置き換えればよいという。

この処方を使うと $y = f(x)$ から $y - b = f(x - a)$ が得られる。この式の左辺にある b を右辺に移項すると、 $y = f(x - a) + b$ となる。いま $a > 0, b > 0$ とすると y 座標は確かに b だけ増加しているので問題はないが、 x 座標は a だけ減少しているように思える。どうしてこのようにしなければならないのだろうか。

一方、グラフ上の任意の点を (x, y) と表せば、グラフの平行移動によってこの点を x 軸方向に a 、 y 軸方向に b だけ動かすのだから、点 (x, y) は点 $(x + a, y + b)$ に移っていく。

それで単純に考えると $y = f(x)$ で $x \rightarrow x + a, y \rightarrow y + b$ と変換すればよさそうに思えるが、実際はそうでない^{*3}。この辺の事情を考えてみようというのがこのエッセイのテーマである。

2 グラフの平行移動

この節では平面上のグラフの平行移動を一般的に考えよう。

いま、移動する前のグラフの式が $y = f(x)$ で与えられていたとしよう。このときのグラフ上の点 P の座標を (x, y) とすれば、グラフの平行移動によってその点は点 $Q (x + a, y + b)$ に移動する。このとき、いま仮に

$$X = x + a \quad (2.1)$$

$$Y = y + b \quad (2.2)$$

とおいて、 x, y についてこれらの式を解けば、

$$x = X - a \quad (2.3)$$

$$y = Y - b \quad (2.4)$$

点 (x, y) は元のグラフを表す方程式

$$y = f(x) \quad (2.5)$$

^{*1} 元愛媛大学工学部

^{*2} yanotad@earth.ocn.ne.jp

^{*3} もっとも $y = f(x)$ で $x \rightarrow x + a, y \rightarrow y + b$ とおきかえるのは理屈がたたない。というのも点 $(x + a, y + b)$ は $y = f(x)$ 上にはないからである。 $X = x + a, Y = y + b$ とおき、これを x, y について解いて、この x, y の式を $y = f(x)$ に代入するしかない。点 (x, y) は $y = f(x)$ 上の点であるから。

上の点であるから、これに代入すれば、方程式

$$Y - b = f(X - a) \quad (2.6)$$

が得られる。これは前節で述べた結果 $y - b = f(x - a)$ と変数が違っているが、変数 X, Y は流通座標 (current coordinates) を表すからという理由で変数 x, y に置き換えるのが普通である。そうすると

$$y - b = f(x - a) \quad (2.7)$$

が得られる。したがって、前節で述べたような

$$x \rightarrow x - a \quad (2.8)$$

$$y \rightarrow y - b \quad (2.9)$$

という処方が与えられる。

ところで途中で導入した変数 X, Y は何なのだろうか。 X, Y の定義の式 (2.1), (2.2) で $x = 0, y = 0$ ととってみると $X = a, Y = b$ となるから、点 (a, b) を新しい原点にするように元の xy 座標系を x 軸方向に a だけ、また y 軸方向に b だけ平行移動した新しい XY 座標系からみた P 点の座標 (X, Y) で元の座標系での点 P の (x, y) 座標に対応したものである。

もし、変数を X, Y のままにしておくと、そのグラフ $Y - b = f(X - a)$ はグラフ $y = f(x)$ とは一般に無関係な別な座標平面のグラフであって、両者がどんな関係にあるのかがわからない。しかし、 X, Y を x, y とおきなおせば、グラフ $y - b = f(x - a)$ は同じ座標平面に描くことができる。そして $y - b = f(x - a)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを x 軸に沿って右に a 、 y 軸に沿って上へ b だけ、平行移動したグラフとなっている。それで変数 (X, Y) を (x, y) と書き換えることが正当化される。

これで前節で与えた処方の由来はわかったが、移動したグラフの方程式の求め方が点の移動についての直観に反しているように思われるところは解決していない。しかし、これは実は間違った観念である。そのことを考えてみよう。

直観に反しているように感じられるのは x 軸方向の平行移動であるから、これだけを取り出して考えてみよう。

そのために y 方向の移動を 0 とする。すなわち、 $b = 0$ ととろう*⁴。

このとき、 $y = f(x)$ を x 軸の右の方に a だけ平行移動して $y = f(x - a)$ になる。いま y が同じの値のところをみると $x = x_0$ のときに $y = f(x_0)$ となるが、このときに $f(x - a) = f(x_0)$ であるためには $x - a = x_0$ 、すなわち、 $x = x_0 + a$ でなければならない（このとき $f(x)$ が 1 価関数であることを仮定している）。

すなわち、同じ y の値をもつ x の値はグラフ $y = f(x - a)$ 上ではグラフ $y = f(x)$ 上よりは x の値が a だけ大きいということであり、ここでやっとグラフの平行移動についての直観通りになっていることがわかる*⁵。

グラフ $y = f(x)$ で $x \rightarrow x - a$ とすれば、どうしてグラフが x 軸の正の方向に a だけ平行移動したことになっているかについて述べたので理屈の上では話はこれでおしまいなのであるが、それでも簡単には納得できない人もいるかもしれない。いや私がそうであった。

それでグラフの平行移動についてどういう風に書かれているかについて、いくつかの本を調べてみよう。

*⁴ $b = 0$ とすると一般性が失われてしまうことが心配な人は元の $y - b = f(x - a)$ で座標系の縦軸の変数として $y - b$ をとればよい。すなわち、 $Y = y - b$ とおけば、 $Y = f(x - a)$ と表せる。変数 x に対して関数 Y を同じ座標にプロットすれば、 x 軸方向の平行移動に焦点をあてた議論をすることができる。

*⁵ いま私の中学生 3 年生のときの数学の授業を思い出してみると、中学校の数学の N 先生がこの上の数行に述べたような説明をされたと思う。しかし、その説明は一回だけであって、そのときには納得したとしても、十分に頭に残らず直観的な不思議さのみが残ったのだろう。グラフの x 軸方向の平行移動が直観と反しているようだとの観念の方をずっとひきずってきた。頭の明敏な方々には自明なことでも、私には納得することがいかに難しいかを示している。

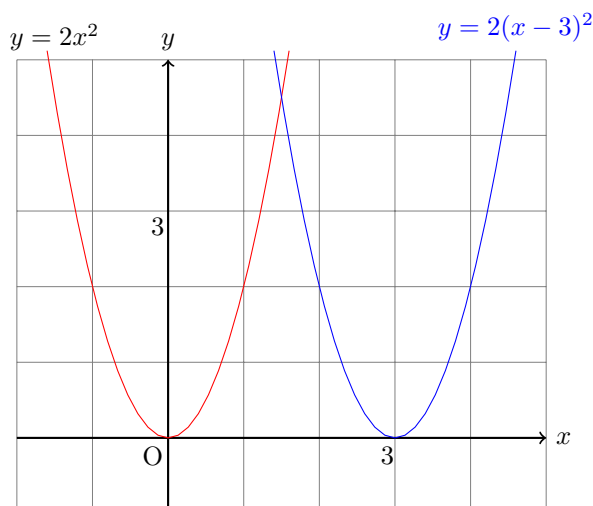


図1 放物線 $y = 2x^2$ の x 軸方向への平行移動

3 『数学読本』の説明

まず、はじめに松坂和夫先生が『数学読本』 [2] でどう説明されているか。

表1 $y = 2x^2$ と $y = 2(x-3)^2$ の数値表

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
$y = 2x^2$	...	8	2	0	2	8	18	32	50	...
$y = 2(x-3)^2$	...	50	32	18	8	2	0	2	8	...

『数学読本』では $y = 2x^2$ と $y = 2(x-3)^2$ の放物線のグラフ (図1 参照) と x と y との対応した数値を表1のよう示している. 表1からわかるように2番目の行の数値を右へ3つの欄だけずらしていけば, 3番目の行の数値が得られる. これから $y = 2(x-3)^2$ のグラフは $y = 2x^2$ を x 軸に沿って右へ3だけ移動したことがわかる. この事実から一般に $y = ax^2, a \neq 0$ を x 軸に沿って右へ p だけ移動したグラフは $y = a(x-p)^2, a \neq 0$ となるという.

確かにこうやって具体的に示されると疑う余地はないので, それ以上の異論をはさみにくい, それでもわかったという気になれるかどうかはまた別であろう. そこで, 前節で示した処方箋で本当にグラフの移動が行われているのかどうかを検証してみよう.

あるグラフ $y = f(x)$ 上の点 (x, y) がそれに対応したグラフ $Y - b = f(X - a)$ 上の点 (X, Y) に移動しているのならば, その対応する点の間の距離は $\sqrt{a^2 + b^2}$ になっているに違いない.

このことを確かめるにはこの2点間の距離 $\sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2}$ を計算してみればよい.

(x, y) と (X, Y) との関係は (2.1), (2.2) で与えられているから, それを用いて計算すれば

$$\sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2} = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (3.1)$$

が得られ, これは上に与えた2点間の距離に等しい. しかし, この距離からは x, y 軸の正の方向に移動しているのか, 負の方向に移動しているのかはわからない.

それでグラフ $y = f(x)$ 上に任意の点 (x_0, y_0) をとり、また移動したグラフ上にそれに対応する点 (X_0, Y_0) との関係を見れば、

$$x_0 + a = X_0 \quad (3.2)$$

$$y_0 + b = Y_0 \quad (3.3)$$

がある。すなわち、 $a > 0, b > 0$ とすれば、 X_0 は x_0 よりも x 軸の正の方向に a だけ大きくなっているし、 Y_0 は y_0 よりも y 軸の正の方向に b だけ大きくなっている。したがって、 (X, Y) は (x, y) から x 軸の正の方向に a だけ、 y 軸の正の方向に b だけ平行移動している。

一般論としてはそれに間違いはないのだが、前に述べた例 $y = 2x^2$ を使って再度具体的に調べてみよう。いま $a = 3, b = 2$ としよう。そうすれば

$$x + 3 = X \quad (3.4)$$

$$y + 2 = Y \quad (3.5)$$

となり、これを x, y について解けば

$$x = X - 3 \quad (3.6)$$

$$y = Y - 2 \quad (3.7)$$

となる。この x, y を $y = 2x^2$ に代入すれば、

$$Y - 2 = 2(X - 3)^2 \quad (3.8)$$

すなわち

$$Y = 2(X - 3)^2 + 2 \quad (3.9)$$

となる。グラフを描くときには X, Y を x, y 置き換えた

$$y = 2(x - 3)^2 + 2 \quad (3.10)$$

を $y = 2x^2$ と一緒に描くと図 2 のようになる。

4 『高校数学 + α 』の説明

つぎに宮腰忠『高校数学 + α 』[3] ではどう説明されているか、みてみよう。ここでは『数学読本』と同様に 2 次関数の $y = x^2$ と $y = (x - 2)^2$ の数値が表として与えられている。それによると同じ y の値をとる x の値は $y = (x - 2)^2$ のほうが $y = x^2$ よりも 2 列だけ右に移っている。

ただ、ここで付加的な説明がある。

$y = x^2$ の $x = c$ における $y = c^2$ は $y = (x - 2)^2$ では $x = c + 2$ において実現されます： $y = (c + 2 - 2)^2 = c^2$ 。このことはすべての c に対して成り立つので、 $y = x^2$ のグラフ上のすべての点を x 方向に 2 だけ移動すると $y = (x - 2)^2$ のグラフ上のすべての点に移ると解釈できます。つまり、関数 $y = (x - 2)^2$ のグラフは $y = x^2$ のグラフを x (軸の右の：著者補足) 方向に 2 だけ平行移動したものというわけです。

この説明から宮腰氏も私と同じような疑問をもっていたのかもしれないなどと推測するが、ほんとうのところはわからない*6。

*6 [4] の説明を読めば、宮腰氏も私と同じような感覚をもっていたのではないかと思われるが、その説明をここでもりかえすことはやめておく。関心をもたれた方は宮腰氏の本を参照されたい。その説明は 5 節の武藤先生の説明と似ている。

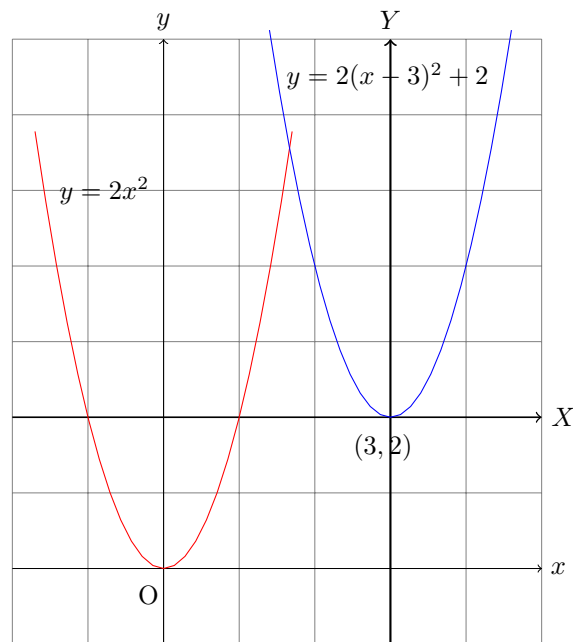


図2 放物線 $y = 2x^2$ の任意の方向への平行移動

5 『新しい数学の教科書』の説明

さらに、武藤徹先生の『新しい数学の教科書』I（数量編）[5] ではどう説明されているか、みてみよう。

2 次関数 $y = 2x^2 - 4x + 5$ は 2 つの関数

$$y_1 = -4x + 5, \quad (5.1)$$

$$y_2 = 2x^2 \quad (5.2)$$

の和と考えることができます。それで、このグラフは右のようになります（図3 参照）。

$y = y_1 + y_2$ のグラフと $y = y_2$ のグラフとは、形も、大きさも、まったく同じであることがわかります。

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 4x + 5, \\ &= 2(x-1)^2 + 3 \end{aligned} \quad (5.3)$$

と変形できますから、

$$y - 3 = 2(x-1)^2 \quad (5.4)$$

となります。この式は点 $(x-1, y-3)$ が曲線 $y = 2x^2$ の上にあることを示しています。

点 $(x-1, y-3)$ はどんな点でしょうか。それは、曲線 $y = 2x^2 - 4x + 5$ 上の任意の点 (x, y) を左に 1、下に 3 だけ移動させた点です*7。そのすべての点がすべて曲線 $y_2 = 2x^2$ にあるということは、逆に曲線 $y = 2x^2 - 4x + 5$ は、曲線 $y_2 = 2x^2$ を、右に 1、上に 3 だけ移動させたものであることを意味します。事実、グラフでは、そのことをはっきり示しています。

*7 逆にいえば、点 $(x-1, y-3)$ を右へ 1、上に 3 だけ移動させた点は点 (x, y) だとも言えます: 著者補足（図4 参照）。

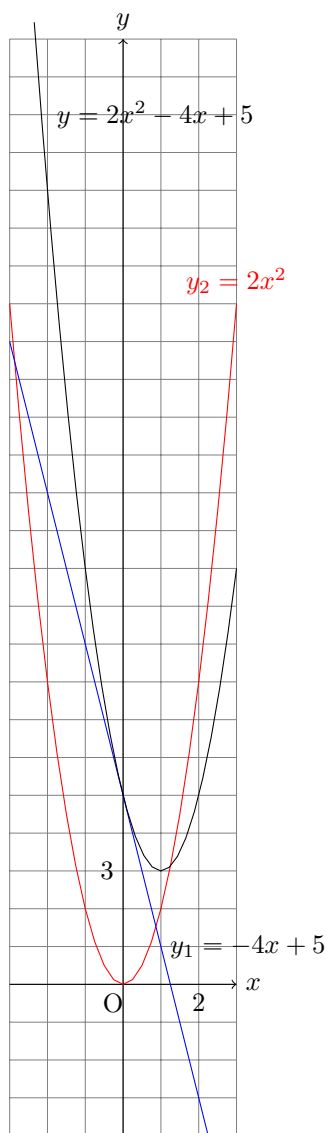


図3 放物線 $y_1 = 2x^2$ と直線 $y_2 = -4x + 5$ の和

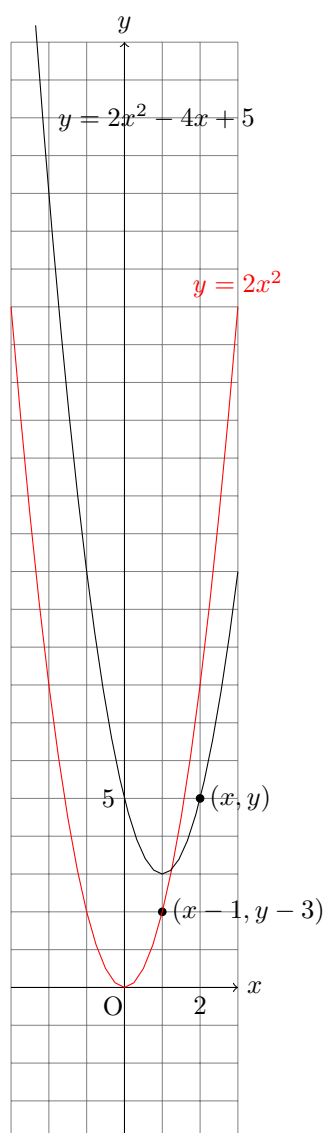


図4 点 (x, y) と点 $(x-1, y-3)$ との関係

この後ろに一般的な2次関数 $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ のグラフは $y = ax^2$, $a \neq 0$ のグラフを平行移動したものだとの説明があり、さらに次のように書いてある.

2次関数 $y = ax^2$ のグラフを右に p , 上に q だけ平行移動すると, 式は

$$y - q = a(x - p)^2 \quad (5.5)$$

となります.

と書かれています.

なかなか理解しにくいのは, これが $y = ax^2 + bx + c$ と同じ関数だということである. 確かに点 $(x - p, y - q)$ でみると, この点は $y = ax^2$ の上にあるが, これを点 (x, y) としてみると, これは $y = ax^2 + bx + c$ の上の点である.

いつのまにかごまかされたような感じがぬぐえないが, これは正しい. しかし, もう一つしっくりしない感じがする. こうなると「わかるということはどういうことなのか」という疑問もでてきてしまう.

さらに, p, q を a, b, c で表すこともできて,

$$p = -\frac{b}{2a},$$
$$q = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

が成り立つ.

6 『高等学校 数学Ⅰ(代数編)』の説明

最後に, 田島一郎先生が編集されたテキスト『高等学校 数学Ⅰ(代数編)』[6]の説明をみてみよう.

放物線

$$y = 2x^2 \quad (1)$$

を左図のように頂点が $(4, 3)$ の位置にくるように平行移動したものはどんな式で表されるか考えてみよう*8. いま, $(4, 3)$ を原点とし, それぞれ x, y 軸に平行な仮の座標軸 X, Y を設け, この放物線上の任意の点 P の座標をもとの座標軸に関しては (x, y) , 仮の座標軸に関しては (X, Y) とする. この放物線は (1) の放物線とまったく同じ形をしているのであるから, X, Y については, もちろん

$$Y = 2X^2 \quad (2)$$

となっている. ところが, 図からわかるように (x, y) と (X, Y) との間には

$$X = x - 4, \quad Y = y - 3 \quad (6.1)$$

という関係があるから, これを (2) に代入して, (2) の式を (x, y) で表すと

$$y - 3 = 2(x - 4)^2, \quad (6.2)$$

$$y = 2(x - 4)^2 + 3 \quad (6.3)$$

が得られる. これが求める放物線の式である.

この後に 2 次関数 $y = ax^2$ について一般的な結論が書かれている. これは 3 節に書かれたことを $y = ax^2$ に適用したものと同様である. だから, ここではもう述べない*9.

7 おわりに

すべての文献にあたっているわけではないが, 私がみたことがない文献の説明もここで紹介した, どれかの説明と数学的に同等になっているのではなかろうか.

本質的な点は 2 節の終わり近くにしたことにつぎるのであるが, それでもその説明はどうも直観的な説明ではなく, 理屈で説き伏せられた感がしないでもない.

このグラフの平行移動が理解できると, 三角関数の還元公式, たとえば, $\sin(x + \pi/2) = \cos x$ などが容易に理解できるようになる. また物理での波動の数学的表現の理解にもつながるであろう. たかが, グラフの平行移動とはなかなかいいえない.

(2008. 12. 25)(2019.9.11 新版)

*8 図はまったく図 2 と同じようであるので, 省略した. 放物線の平行移動の数値が異なっているだけである.

*9 たぶん 3 節の説明はこのテキストによったものだったのだろう.

このエッセイを読んで、世戸憲治さんがつぎのようなコメントをくださった。

(世戸憲治さんのコメント)

確かに、グラフ $y = f(x)$ を y 方向に b だけ平行移動したものが、 $y = f(x) + b$ となることは直感的に理解できます。それに対し、 x 方向に a だけ移動したものが、 $y = f(x - a)$ となることは、直感と反するようになります。これは、 $y = f(x)$ を逆関数にして、 $x = f^{-1}(y)$ としておくと、これを x 方向に a だけ移動したものは、 $x = f^{-1}(y) + a$ となり、これを元に戻すと、 $y = f(x - a)$ となります。私は、このように理解した方が分かりやすいのでは、と思います。

(コメントの感想)

世戸さん、コメントありがとうございます。世戸さんのコメントによって、 x 方向の平行移動が直観に反しているとの感覚は理由があったのだと思わされた。しかし、そのことを理解するために逆関数を使えばよいとは思いませんでした。なんでも自分の疑問を言葉で表現してみるといい意見が得られるものですね。このコメントにしたがって、このエッセイを全面的に書き換えるべきかもしれないが、その措置は取らないでおく。

参考文献

- [1] 矢野 忠, グラフの平行移動, 研究と実践 (愛数協), No. 103 (2009.12) 17-22
- [2] 松坂和夫, 『数学読本』 2 (岩波書店, 1989) 219
- [3] 宮腰 忠, 『高校数学 + α 』 (共立出版, 2004) 84
- [4] 宮腰 忠, 『高校数学 + α 』 (共立出版, 2004) 89-91
- [5] 武藤 徹, 『新しい数学の教科書』 I (数量編) (文一総合出版, 2010) 244-245
- [6] 田島一郎, 中村幸四郎, 中村勝彦, 『高等学校 数学 I (代数編)』 (好学社, 1956) 124

思わず笑って

矢野 忠^{*1}

Laugh Unintentionally

Tadashi YANO ^{*2}

思わず笑ってしまった。

雑誌「数学セミナー」の9月号の巻頭言の「Coffee Break」に原啓介さんが大学での自分の講義の思い出として、語っていることである。

原さんは、情報理論を文系学生に対しての数学として講義されていたのだが、美人の女子学生が講義の途中でよく中座して、教室からでていくことがほとんど毎回あったという。

その理由はわからなかったのだが、セメスターの最後に課したレポートの最後にこう書かれていたという。

追伸：時々、心を落ち着けるために退室しましたこと申し訳ありません。高校のとき、どうしても対数が理解できず、いまでも $\log$ の記号を見ると悲しくなってしまうのです。

いやはや、数学教師というものは悲しいものだ。情報理論のエントロピーの定義に対数 $\log$ が出てくる。私も M 大学で非常勤講師をしていたころ、物理の授業のはじめに数学の初歩を教えたときに、やはり指数の方はわからないという人はいないのに、対数の $\log$ の記号がでてくると 10% くらいはわからないという学生が出てきた。

$$x = a^y \quad (0.1)$$

$$y = \log_a x \quad (0.2)$$

の同等性を教えた、その直後にである。

そういうこともあって、「数学・物理通信」8巻3号にエッセイ「対数と指数は同じ？」を書いたときにこの $\log$ という記号を難しいという学生が少数だが、確実にいるということを脚注に書いた。どうしていいのかわからない(注)。「定義にもどれ」というしかないのだが。

(注)

$x = a^y$ と $y = \log_a x$ の x, y, a に適当な数値を入れて $x = a^y$ から $y = \log_a x$ への変形を 10 問くらい練習させたり、反対に $y = \log_a x$ から $x = a^y$ への変形も 10 問くらいさせるのはどうだろうか。もし、それでも定着しないなら、もっと別の対策を考えねばならない。

(2019.9.24 付記)

または $x = a^y$ と $y = \log_a x$ は同じものの、別の表し方であることを強調するために、私の年来の主張のように $x = a^y$ を「指数表示」と名づけたり、 $y = \log_a x$ を「対数表示」という用語をつかったりして、これは同じものだという意識を高めることも対策として考えられる。

しかし、ここであわてて付け加えておかなければならないのは、これは対数関数と指数関数とが同じものであるということを言っているわけではない。指数関数と対数関数は互いに逆関数であり、同じ関数ではない。すなわち、グラフ的に表すと、指数関数と対数関数は直線 $y = x$ に対して互いに対称な関数である。

^{*1} 元愛媛大学工学部

^{*2} yanotad@earth.ocn.ne.jp

付言すれば，指数関数は指数表示で表すことが通常であり，対数関数は対数表示で表わすのが通常である．だから，私は「指数表示」と「対数表示」という用語を用いたらどうかと提案している．これは量子力学で「位置表示」と「運動量表示」という用語を用いていることから，類推として思いついた．

(2019.8.23)

コンピュータの計算速度が2倍になるのは

矢野 忠^{*1}

How Many Years Will the Computer Speed Double ?

Tadashi YANO ^{*2}

「コンピュータの計算速度が2倍になるのはおよそ何年か」という。これは朝日新聞(2019.8.24)の第1面の右下の方にある「しつもん! ドラエもん」にあった。

解答は29面にあり、「およそ1年半から、2年」とあった。その詳しい説明は以下のとおり。

計算速度が上がるペースの経験法則として1965年に「ムーアの法則」が発表された。半世紀たって、ほんとうに予測通り100億倍くらいになったよ。

とあった。

あれれ、どうやって計算したんだと思って、林桂一著(森口繁一増補)『高等関数表』(岩波書店)を書棚に取りにいて、2のべき乗の表を探した。

およそ1年半から2年とあるので、まず2年として半世紀50年を2で割って、 2^{25} の数値をみると

$$2^{25} = 33,554,432 \quad (0.1)$$

である。しかし、これだと3千3百万倍くらいで、はるかに100億倍にはとどかない。じゃあ、1年半は1.5年だから、50年を1.5年でわって33.3を出して 2^{33} の表をみれば、

$$2^{33} = 8,589,934,592 \quad (0.2)$$

これだとかなり100億に近づいたが、それでも85億くらいで、これでもまだ100億にはとどかない。それで 2^{34} の表の値をみると

$$2^{34} = 17,179,869,184 \quad (0.3)$$

とある。しかし、これでは170億くらいで overestimate (大きく見積もりすぎ) である。

もうちょっとくわしい値を知りたい。それなら、対数の出番である。

$$y = 2^{33.3} \quad (0.4)$$

とおこう。この常用対数をとれば、およその数を計算できるはず。

$$\log y = 33.3 \times \log 2 \quad (0.5)$$

となる。 $\log 2 = 0.3010$ であったから

$$\log y = 33.3 \times 0.3010 = 10.02330 \quad (0.6)$$

ここで小数点以下は省略して

$$\log y = 10 \quad (0.7)$$

^{*1} 元愛媛大学工学部

^{*2} yanotad@earth.ocn.ne.jp

とすると

$$y = 10^{10} = 100 \text{ 億} \quad (0.8)$$

となる。いかにもお粗末の一件であった。

(注) $\log y = 10$ は $y = 10^{10}$ の違った表わし方である。前稿の「思わず笑って」でも述べたが、 $y = 10^{10}$ すなわち 10 の 10 乗の方をわからない人はいないのに、 $\log y = 10$ の方になると急にわからないという人が少数だがいるのは、まことに残念なことである。

(2019.8.25)

編集後記

皆様にはご健勝にお過ごしのことと存じます。

「数学・物理通信」9巻6号を発行します。ようやく9月になりましたが、まだ暑いのでなかなか編集にとりかかる気がおきません。

そうはいってもいつものように世戸さんからはたくさん投稿を頂いている。2つの原稿を同じ号に一挙掲載ということも考えられるが、なにせ世戸さんたちの論文は重厚なものなので、できれば毎号一つに限っておきたい。

そういう配慮を編集者としてしたい。毎号一つに限ることに深い理由があるわけではないが、その代わりに号数を多く出したい。そんなある種の見栄かもしれぬ思惑もある。

現在、NPO 法人として認められている団体を主宰している方にその意図とか気持ちとかを書いていただくことを二人にお願いしている。そのうちに原稿がいただければ、掲載することができると考えている。

それはともかく、9月中にもう一つ9巻7号を発行するつもりである。

皆様には今後ともに、ご愛読をお願いします。

(矢野 忠)